

Docket No.: MAS-FIN-101

IN THE UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE

Applicant : GUNTHER REISSIG
Filed : CONCURRENTLY HEREWITH
Title : METHOD FOR PROVIDING ERROR INFORMATION RELATING
TO INCONSISTENCIES IN A SYSTEM OF DIFFERENTIAL
EQUATIONS

CLAIM FOR PRIORITY

Commissioner for Patents
P.O. Box 1450
Alexandria, VA 22313-1450

Sir:

Claim is hereby made for a right of priority under Title 35, U.S. Code, Section 119,
based upon the German Patent Application 101 26 018.0, filed May 28, 2001.

A certified copy of the above-mentioned foreign patent application is being submitted
herewith.

Respectfully submitted,



For Applicant

WERNER H. STEMER
REG. NO. 34,956

Date: November 26, 2003

Lerner and Greenberg, P.A.
Post Office Box 2480
Hollywood, FL 33022-2480
Tel: (954) 925-1100
Fax: (954) 925-1101

/kf



Prioritätsbescheinigung über die Einreichung einer Patentanmeldung

Aktenzeichen: 101 26 018.0

Anmeldetag: 28. Mai 2001

Anmelder/Inhaber: Infineon Technologies AG, München/DE

Bezeichnung: Verfahren zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem System von Differentialgleichungen

IPC: G 06 F 17/13

Die angehefteten Stücke sind eine richtige und genaue Wiedergabe der ursprünglichen Unterlagen dieser Patentanmeldung.

München, den 15. Oktober 2003
Deutsches Patent- und Markenamt
Der Präsident
Im Auftrag

Faust



Beschreibung

Verfahren zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem System von Differentialgleichungen

5

Die Erfindung betrifft ein Verfahren zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem System von Differentialgleichungen.

- 10 Im Stand der Technik ist es bekannt, ein technisches System durch Systeme von Differentialgleichungen zu beschreiben. Unter Zuhilfenahme von numerischen Verfahren mit einem Computersystem oder eines Analogrechners ist es möglich, diese Systeme zu simulieren, indem für bestimmte Start- oder Randbedingungen Lösungen der Systeme von Differentialgleichungen berechnet werden. Beispiele für die Beschreibung technischer Systeme sowie typische Simulationsverfahren können aus Standardwerken der jeweiligen Fachrichtung entnommen werden. Ausführliche Anleitungen hierfür sind beispielsweise in G.
- 15 Schmidt, "Grundlagen der Regelungstechnik", 2. Auflage, Springer, Berlin, 1987, in Unbehauen, "Regelungstechnik I", 6. Auflage, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1989, in Unbehauen, "Regelungstechnik II", 5. Auflage, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1989, in Unbehauen, "Regelungstechnik III", 2. Auflage, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1986, in E. Pfeiffer, "Einführung in die Dynamik", B. G. Teubner Stuttgart, 1989, sowie in E. Ziegler (Hrsgb.), "Teubner-Taschenbuch der Mathematik" B. G. Teubner, Stuttgart, 1996 angegeben. Bei der Simulation
- 20 tritt häufig das Problem auf, daß ein Verfahren zum numerischen Lösen eines Systems von Differentialgleichungen abbricht, weil das zugrundeliegende System von Differentialgleichungen singularär ist. Aus dem gleichen Grund kann es vor-
- 25
- 30

kommen, daß ein Analogrechner das Systemverhalten nicht vorhersehen kann. Zudem kommt es häufig vor, daß beim Lösen der Systeme von Differentialgleichungen Lösungen auftreten, die nicht plausibel sind.

5

In einem solchen Fall ist es im Stand der Technik bekannt, daß der Programmierer oder ein Benutzer eines Programms zum Lösen der Differentialgleichungen mit der Fehlersuche beauftragt wird. Mit viel Erfahrung kann man die Ursachen der Singularität auffinden und gegebenenfalls auf Fehler bei der Modellierung des technischen Systems zurückschließen. Dies ist regelmäßig sehr zeitaufwendig und kostspielig.

10

15

Es ist daher Aufgabe der Erfindung, ein Verfahren zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem System von Differentialgleichungen anzugeben.

20

Diese Aufgabe wird durch den Gegenstand der unabhängigen Ansprüche gelöst. Vorteilhafte Weiterbildungen ergeben sich aus den jeweiligen Unteransprüchen.

25

30

Die Erfindung beruht auf dem Gedanken, bereits vor einer Simulation, d.h. vor dem Ausführen numerischer Berechnungsschritte oder der Zusammenstellung eines Analogrechners, das System von Differentialgleichungen mit kombinatorischen Methoden auf Inkonsistenzen hin zu untersuchen. Beim Vorliegen von Informationen über solche Inkonsistenzen kann auf Fehler bei der Modellierung des technischen Systems oder auf Fehler im technischen System selbst zurückgeschlossen werden, die in einem späteren Simulationsschritt unerwünschte Abbrüche oder gar die Nichtsimulierbarkeit des Systems verursachen können. Ein zeitraubendes Ausführen der Simulation bis zu einem Abbruch bzw. ein Simulationsversuch ist nicht notwendig. Die

FIN 101 P/200014448

3

Korrektur des Modells des technischen Systems oder des technischen Systems selbst wird durch das Vorliegen von Informationen über Inkonsistenzen wesentlich erleichtert.

- 5 Das erfindungsgemäße Verfahren sieht in einem ersten Schritt vor, eine Abhängigkeitsmatrix \underline{A} aufzustellen. Die Abhängigkeitsmatrix \underline{A} hat genau so viele Spalten wie die Dimension des Lösungsvektors \underline{x} des Systems von Differentialgleichungen. Die Abhängigkeitsmatrix \underline{A} hat genau so viele Zeilen wie die
- 10 Anzahl der Differentialgleichungen in dem gegebenen System von Differentialgleichungen.

- Die Erfindung ist dabei nicht nur auf Differentialgleichungssysteme der Form $\underline{f}(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t), \underline{p}) = 0$ beschränkt. Es kann
- 15 auch für Sonderfälle angewendet werden, bei denen das Gleichungssystem zur Simulation des technischen Systems beispielsweise die Form $\underline{f}(t, \underline{x}(t)) = 0$ aufweist. In einem solchen Fall spricht man nicht von einem System von Differentialgleichungen, sondern von einem im Allgemeinen nicht-linearen
- 20 Gleichungssystem.

- Außerdem muß nicht unbedingt das zur Simulation vorgesehene System von Differentialgleichungen selbst auf Inkonsistenzen untersucht werden. Vielmehr kann ein anderes System von Differentialgleichungen, welches dasselbe technische System oder
- 25 denselben technischen Prozeß beschreibt, auf Inkonsistenzen untersucht werden. Dies kann vorteilhaft sein, wenn das letztgenannte System von Differentialgleichungen einen einfacheren Aufbau hat als dasjenige, welches später simuliert werden soll. Zum Beispiel sind bei der Simulation elektrischer Netzwerke üblicherweise die Gleichungen der modifizierten Knotenspannungsanalyse Grundlage der numerischen Simulation, obwohl die sogenannten Zweigspannungs-Zweigstrom-
- 30

Gleichungen einen wesentlich einfacheren Aufbau haben. Durch die Untersuchung von Systemen von Differentialgleichungen mit einfachem Aufbau können sogar oftmals mehr Inkonsistenzen ermittelt werden oder Inkonsistenzen stärker eingegrenzt werden.

Die Abhängigkeitsmatrix \underline{A} weist dabei Elemente $\underline{A}(i, j)$ auf, die entweder auf den Wert "Null" oder auf einen Wert "ungleich Null" gesetzt werden, wobei es auf die absoluten Werte der Elemente von \underline{A} nicht ankommt. Dabei wird das Element $\underline{A}(i, j)$ auf einen Wert $\neq 0$ gesetzt, wenn die i-te Zeile von \underline{f} vom j-ten Element von \underline{x} oder von einer der Ableitungen des j-ten Elements von \underline{x} abhängt. In allen übrigen Fällen wird das Element $\underline{A}(i, j)$ auf den Wert "0" gesetzt.

Für das erfindungsgemäße Verfahren ist es unerheblich, ob die Abhängigkeitsmatrix \underline{A} tatsächlich explizit aufgestellt wird. Vielmehr kommt es darauf an, daß die entsprechende Information, ob die i-te Zeile von \underline{f} vom i-ten Element von \underline{x} oder von einer seiner Ableitungen abhängt, oder nicht, in den folgenden Verfahrensschritten verfügbar ist.

Im zweiten Schritt des erfindungsgemäßen Verfahrens wird eine Menge von Zeilenmaschen bestimmt, die jeweils die Nummern derjenigen Zeilen der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} bzw. derjenigen Zeilen des Systems von Differentialgleichungen aufweisen, die voneinander abhängig sind. Außerdem wird eine Menge von Spaltenmaschen der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} ermittelt, die jeweils die Nummern derjenigen Spalten der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} bzw. derjenigen Komponenten von \underline{x} oder einer seiner Ableitungen aufweisen, die voneinander abhängig sind.

Unter einer "Zeilenmasche" wird hier folgendes verstanden.
Eine Menge C_z natürlicher Zahlen i , $1 \leq i \leq n$, heißt Zeilenmasche einer Matrix mit n Zeilen und m Spalten, wenn sie die folgenden Bedingungen erfüllt:

5

(i) Es gibt keine Transversale T der Matrix \underline{A} derart, daß C_z in der Menge der Zeilenindizes von T enthalten ist.

10

(ii) Zu jedem Element c von C_z gibt es eine Transversale T von \underline{A} , so daß $C_z \setminus \{c\}$ ganz in der Menge der Zeilenindizes von T enthalten ist.

Dabei stellt der Ausdruck $C_z \setminus \{c\}$ diejenige Menge dar, die entsteht, wenn man aus der Menge C_z das Element c entfernt.

15

Unter einer Transversalen T der Matrix \underline{A} wird folgendes verstanden. Eine Transversale einer Matrix \underline{A} mit n Zeilen und m Spalten ist eine von gegebenenfalls mehreren möglichen Mengen von Positionen (i, j) von von Null verschiedenen Matrixeinträgen $\underline{A}(i, j)$, von denen keine zwei oder mehr in der selben Zeile oder Spalte stehen. Eine Menge T von Paaren (i, j) , $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$, stellt eine Transversale der Matrix \underline{A} dar, falls T die folgenden Bedingungen erfüllt:

20

(i) für alle Elemente (i, j) von T gilt $\underline{A}(i, j)$ ist verschieden von 0,

(ii) es seien (i, j) und (i', j') zwei verschiedene Elemente von T , das heißt $i \neq i'$ oder $j \neq j'$, dann gilt $i \neq i'$ und zugleich $j \neq j'$.

30

Für die Erfindung ist es dabei weniger von Bedeutung, ob man eine der möglichen Transversalen der Abhängigkeitsmatrix \underline{A}

ausrechnet. Die Definition des Begriffs "Transversale" wird hier vielmehr benötigt, um die Begriffe "Zeilenmasche" und "Spaltenmasche" zu veranschaulichen.

- 5 Unter der Bezeichnung "Zeilenindizes der Transversale T" wird folgendes verstanden. Die Menge Z der "Zeilenindizes der Transversale T" hat als Elemente die Zeilenindizes der Elemente von T. Mit anderen Worten bedeutet dies, daß die Menge Z genau diejenigen Zahlen i enthält, für die es ein j gibt, so daß das Element (i, j) ein Element von T ist.
- 10

Unter einer Spaltenmasche wird eine Menge C_s natürlicher Zahlen $i, 1 \leq i \leq m$, einer Matrix \underline{A} mit n Zeilen und m Spalten verstanden, wenn sie folgende Bedingungen erfüllt:

15

- (i) Es gibt keine Transversale T der Matrix \underline{A} derart, daß C_s in der Menge der Spaltenindizes von T enthalten ist,
 - (ii) Zu jedem Element c von C_s gibt es eine Transversale T der Matrix \underline{A} , so daß $C_s \setminus \{c\}$ ganz in der Menge der Spaltenindizes von T enthalten ist.
- 20

Unter der "Menge der Spaltenindizes der Transversale T" wird eine Menge Z verstanden, die als Elemente die Spaltenindizes der Elemente der Transversalen T der Matrix \underline{A} enthält. Mit anderen Worten bedeutet dies, daß die Menge Z genau diejenigen Zahlen j enthält, für die es ein i gibt, so daß das Element (i, j) ein Element der Transversale T der Matrix \underline{A} ist.

25

Nach dem Durchführen des erfindungsgemäßen Schritts 2 liegt eine Menge von Zeilenmaschen vor, die jeweils die Nummern derjenigen Zeilen der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} bzw. derjenigen Zeilen des Systems von Differentialgleichungen aufweisen, die voneinander abhängig sind. Außerdem liegt eine Menge von

30

FIN 101 P/200014448

7

Spaltenmaschen der Abhängigkeitsmatrix A vor, die jeweils die Nummern derjenigen Spalten der Abhängigkeitsmatrix A bzw. derjenigen Komponenten von x oder einer seiner Ableitungen aufweisen, die voneinander abhängig sind.

5

Mit dieser Information kann besonders einfach auf Strukturfehler des als Ausgangspunkt vorhandenen Differentialgleichungssystems geschlossen werden. Solche Strukturfehler bzw. Inkonsistenzen in dem ursprünglichen Differentialgleichungssystem sind häufig Ursachen für Fehler bei der Berechnung der Lösung des Differentialgleichungssystems.

10

Ein grundlegender Schritt beim Ausführen des erfindungsgemäßen Verfahrens liegt in dem Auffinden von Zeilenmaschen und Spaltenmaschen. Verfahren zum Auffinden von Zeilenmaschen und Spaltenmaschen sind bekannt. In der Literatur finden sich unter dem Stichwort "minimally structurally singular subsets of equations" (vgl. C.C. Pantelides, The consistent initialization of differential-algebraic systems in SIAM J. Sci. Statist. Comput., 9(2):213-231, März 1988), Verfahren zur Berechnung von "Zeilenmaschen". Zum Bestimmen von "Spaltenmaschen" kann auf ein Verfahren zum Bestimmen von "Zeilenmaschen" zurück gegriffen werden, wenn von derjenigen Matrix, von der die "Spaltenmaschen" bestimmt werden sollen, eine transponierte Matrix bestimmt wird. Zum Bestimmen der Spaltenmaschen der Matrix werden dann die Zeilenmaschen der entsprechenden transponierten Matrix bestimmt.

15

20

25

Diese Art der Bestimmung der Zeilenmaschen und Spaltenmaschen für das erfindungsgemäße Verfahren soll nicht beschränkend verstanden werden. Vielmehr können auch andere Verfahren zum Bestimmen von Zeilenmaschen und Spaltenmaschen verwendet wer-

30

den, sofern die übrigen Bedingungen für das Vorhandensein von Zeilenmaschen und Spaltenmaschen erfüllt werden.

Im abschließenden Schritt des erfindungsgemäßen Verfahrens werden für jede Zeilenmasche und für jede Spaltenmasche, die gemäß Schritt 2 bestimmt worden sind, die darin enthaltenen Nummern ausgegeben. Diese Nummern deuten im Fall der Zeilenmaschen auf die laufenden Nummern der Gleichungen des Differentialgleichungssystems hin, die möglicherweise mit einem strukturellen Problem behaftet sind. Im Fall der Spaltenmaschen deuten die darin enthaltenen und als Fehlerinformationen ausgegebenen Nummern auf die Nummern der Komponenten des Lösungsvektors \underline{x} hin, die möglicherweise mit einem strukturellen Problem behaftet sind.

Mit dem erfindungsgemäßen Verfahren ist es möglich, schon vor dem Ausführen von numerischen Berechnungsschritten oder der Zusammenstellung eines Analogrechners die Struktur des zu berechnenden Systems von Differentialgleichungen auf seine Konsistenz hin zu überprüfen. Wenn mit dem erfindungsgemäßen Verfahren ein System von Differentialgleichungen als inkonsistent erkannt worden ist, können eine Großzahl der möglichen strukturellen Fehler des Systems von Differentialgleichungen aufgefunden werden. Dadurch wird die Fehlersuche beschleunigt. Zudem werden zeitraubende Simulationsversuche vermieden.

Das erfindungsgemäße Verfahren ist bei jeglicher Art eines Simulationssystems zur numerischen Lösung von Differentialgleichungssystemen sowie zur Lösung von Differentialgleichungssystemen mittels Analogrechner anwendbar.

Bei einer besonders vorteilhaften Weiterbildung der Erfindung wird vor dem Ausführen von Schritt 1 des erfindungsgemäßen Verfahrens eine Gleichungs-Bedeutungsliste der Länge n angelegt, in der jeder Gleichung des Gleichungssystems eine Gleichungsnummer und/oder eine Gleichungs-Textinformation zugeordnet wird. Genauso wird vor dem Ausführen von Schritt 1 des erfindungsgemäßen Verfahrens eine Komponenten-Bedeutungsliste der Länge m angelegt, in der jeder Komponente des Lösungsvektors x eine Komponentennummer und/oder eine Komponenten-Textinformation zugeordnet wird. Dabei wird die jeweils in der Bedeutungsliste abgelegte Gleichungs-Textinformation bzw. Komponenten-Textinformation vorteilhafterweise so ausgewählt, daß diese eine Bedeutung im Zusammenhang mit dem zu simulierenden technischen System erhalten. Dadurch können Bestandteilen des simulierten technischen Systems und Teilstrukturen des zu simulierenden technischen Systems Gleichungen des Differentialgleichungssystems und Komponenten des Lösungsvektors x zugeordnet werden, die eine Interpretation der mit dem erfindungsgemäßen Verfahren ausgegebenen Fehlerinformationen erleichtern.

In Schritt 3 des erfindungsgemäßen Verfahrens wird dazu an der Stelle des Ausgebens der in jeder Zeilenmasche enthaltenen Nummern das Ausgeben der Gleichungsnummer und/oder der Gleichungs-Textinformation entsprechend der Gleichungs-Bedeutungsliste vorgesehen. Für den Fall, daß in der Zeilenmasche eine ganze Zahl i enthalten ist, wird nicht die Nummer i ausgegeben, sondern vielmehr der Inhalt der i -ten Komponente der Gleichungs-Bedeutungsliste. Genauso wird in Schritt 3 des erfindungsgemäßen Verfahrens an der Stelle des Ausgebens der in jeder Spaltenmasche enthaltenen Nummer die Komponentennummer und/oder die Komponenten-Textinformation entsprechend der Komponenten-Bedeutungsliste ausgegeben. Für den

FIN 101 P/200014448

10

Fall, daß in der Spaltenmasche die ganze Zahl j als Nummer vorhanden ist, wird nicht die Nummer j ausgegeben, sondern vielmehr der Inhalt der j -ten Komponente der Komponenten-Bedeutungsliste.

5

Durch diese Ausgestaltung des erfindungsgemäßen Verfahrens werden als Fehlerinformationen Bedeutungsgehalte ausgegeben, die einen unmittelbaren Bezug zum zu simulierenden technischen System haben. Mit diesen Fehlerinformationen können systematische Fehler in der Struktur des Systems von Differentialgleichungen zur Beschreibung des technischen Systems besonders leicht veranschaulicht werden, so daß die Fehlersuche weiter beschleunigt wird.

10

Bei den erfindungsgemäßen Verfahren wird ein vorzugsweise digitaler Rechner eingesetzt, der zumindest einen Speicher, ein Rechenwerk, eine Eingabevorrichtung und eine Ausgabevorrichtung aufweist.

15

Die Erfindung ist auch in einem Computerprogramm zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem Gleichungssystem verwirklicht. Das Computerprogramm ist dabei so ausgebildet, daß nach Eingabe der Systemeigenschaften, der Start- oder Randbedingungen und der Einflußnahmen auf das System ein erfindungsgemäßes Verfahren gemäß einem der vorhergehenden Ansprüche ausführbar ist. Dabei können Ergebnisse einer Simulation, der Lösungsvektor oder die Lösungsvektoren zu verschiedenen Zeitpunkten ausgegeben sein. Es ist aber auch möglich, daß das Computerprogramm lediglich Informationen über Inkonsistenzen gemäß einem der vorhergehenden Ansprüche bereitstellt.

25

30

Durch das erfindungsgemäße Computerprogramm ergeben sich erhebliche Laufzeitverbesserungen gegenüber den bekannten Simulationsprogrammen und Simulationsverfahren, weil zahlreiche fehlerhafte Programmläufe bzw. Simulationsversuche vermieden werden können.

Die Erfindung betrifft außerdem einen Datenträger mit einem solchen Computerprogramm sowie ein Verfahren, bei dem ein solches Computerprogramm aus einem elektronischen Datennetz wie beispielsweise aus dem Internet auf einen an das Datennetz angeschlossenen Computer heruntergeladen wird.

Das erfindungsgemäße Computersystem ist so ausgebildet, daß auf diesem ein erfindungsgemäßes Verfahren zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem Gleichungssystem ausführbar ist.

Die Erfindung betrifft schließlich auch die Verwendung eines erfindungsgemäßen Verfahrens und/oder eines Computersystems zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem Gleichungssystem.

Bei dem erfindungsgemäßen Verfahren wird dabei zunächst ein das System oder den Prozeß beschreibendes Differentialgleichungssystem oder andere Formen wie beispielsweise nicht-lineare Gleichungssysteme, die keine Differentialgleichungen aufweisen, aufgestellt. Dabei wird hier davon ausgegangen, daß dem Fachmann die hierzu notwendige Vorgehensweise bekannt ist. In der in der Beschreibungseinleitung genannten Fachliteratur wird hierauf ausführlich eingegangen. Im übrigen existieren hierzu einschlägige Computerprogramme.

Das erste Ausführungsbeispiel gemäß der Erfindung betrifft die Simulation eines hier nicht gezeigten technischen Systems, das durch numerisches Lösen des Gleichungssystems

$$5 \quad \underline{f}(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t), \underline{p}) = \underline{0},$$

der Form

$$\begin{aligned} f_1(x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dot{x}_3(t), p_1, p_2, p_3) &= 0, \\ f_2(x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dot{x}_3(t), p_1, p_2, p_3) &= 0, \\ f_3(x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dot{x}_3(t), p_1, p_2, p_3) &= 0, \end{aligned}$$

10

mit den Funktionen f_1 , f_2 und f_3 und mit dem Parametervektor \underline{p} gemäß Figur 1 beschrieben werden kann.

Zur Vorhersage des Verhaltens des Systems wird das Gleichungssystem numerisch gelöst, d.h. es werden Werte für den Unbekanntenvektor $\underline{x}(t)$ zu einem oder mehreren Zeitpunkten t berechnet. Hierzu werden hier nicht veranschaulichte bekannte numerische Lösungsverfahren eingesetzt, die auf einem hier nicht gezeigten Computersystem als Computerprogramm ablaufen.

20

Erfindungsgemäß werden vor dem eigentlichen Lösen des Gleichungssystems Schritte zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen im Gleichungssystem ausgeführt.

25 Im Schritt 1 des erfindungsgemäßen Verfahrens wird die in Figur 2 angegebene Abhängigkeitsmatrix \underline{A} bestimmt, wobei alle von Null verschiedenen Elemente der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} in Figur 2 durch einen Stern ("*") gekennzeichnet sind.

Das beispielhaft herausgegriffene Element $A(1,1)$ wird auf einen im wesentlichen beliebigen von 0 verschiedenen Wert "*" gesetzt, denn das erste Element von \underline{f} , also

- 5 $f_1(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t))$, hängt vom ersten Element von \underline{x} , also von $\underline{x}_1(t)$ ab.

Das beispielhaft herausgegriffene Element $A(3,1)$ wird auf den Wert "0" gesetzt, denn das dritte Element von \underline{f} , also

- 10 $f_3(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t))$, ist vom ersten Element von \underline{x} , also von $\underline{x}_1(t)$ und von den Ableitungen des ersten Elements von \underline{x} , also von $\underline{x}_1^{(s)}(t)$, unabhängig.

- Im Schritt 2 des erfindungsgemäßen Verfahrens wird mit dem
- 15 Ziel, Zeilenmaschen und Spaltenmaschen der in Figur 2 angegebenen Abhängigkeitsmatrix \underline{A} zu ermitteln, zunächst die in Figur 2 angegebene Transversale T der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} bestimmt. Verfahren zum Ermitteln von Transversalen (von "maximum cardinality bipartite matchings") sind in T. S. Duff, "On
- 20 algorithms for obtaining a maximum transversal", ACM Trans. Math. Software, 7(3):315-330, 1981, in E. L. Lawler, "Combinatorial Optimization: Networks and Matroids", Holt, Rinehart and Winston, 1976, in L. Lovász and M. D. Plummer, "Matching Theory", North-Holland Mathematics Studies 121. Annals of
- 25 Discrete Mathematics, 29. North-Holland, 1986, oder in C. C. Pantelides, "The consistent initialization of differential-algebraic Systems", SIAM J. Sci. Statist. Comput., 9(2):213-231, Mar. 1988, angegeben.

- 30 Die Transversale T aus Figur 2 hat 3 Elemente. Da $n = m = 3$ ist, gibt es weder Zeilenmaschen, noch Spaltenmaschen der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} aus Figur 2. Das in C. C. Pantelides,

"The consistent initialization of differential-algebraic Systems", angegebene Verfahren zum Berechnen von Zeilenmaschen ("minimally structurally singular subsets of equations") findet keine solche Zeilenmasche der Abhängigkeitsmatrix A. Das dort angegebene Verfahren zum Berechnen von Zeilenmaschen findet auch keine solche Zeilenmasche der Transponierten der Abhängigkeitsmatrix A. Folglich gibt es keine Spaltenmasche der Abhängigkeitsmatrix A. Die in Schritt 2 bestimmte Menge von Zeilenmaschen der Abhängigkeitsmatrix A ist leer. Die in Schritt 2 bestimmte Menge von Spaltenmaschen der Abhängigkeitsmatrix A ist ebenfalls leer. Im Schritt 3 des erfindungsgemäßen Verfahrens wird demnach keine Fehlerinformation ausgegeben.

Das eingangs angegebene Gleichungssystem kann mit hoher Wahrscheinlichkeit ohne das Auftreten von Fehlern gelöst werden. Wird die Simulation dennoch abgebrochen, oder liefert sie nicht plausible Lösungen, oder ist sie ganz unmöglich, dann können strukturelle Fehler in der Beschreibung des technischen Systems oder im technischen System selbst mit hoher Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden. Dies vereinfacht die Fehlersuche erheblich.

Das zweite Ausführungsbeispiel gemäß der Erfindung betrifft die Simulation eines weiteren hier nicht gezeigten technischen Systems, dessen Verhalten durch numerisches Lösen des Gleichungssystems

$$\underline{f}(\underline{t}, \underline{x}(\underline{t}), \underline{\dot{x}}(\underline{t}), \dots, \underline{x}^{(k)}(\underline{t}), \underline{p}) = \underline{0},$$

30

der Form

$$\begin{aligned} f_1(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) &= 0, \\ f_2(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) &= 0, \\ f_3(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) &= 0, \end{aligned}$$

mit den Funktionen f_1 , f_2 und f_3 und mit dem Parametervektor \underline{p} gemäß Figur 3 beschrieben werden kann.

5

Zur Vorhersage des Verhaltens des Systems soll das Gleichungssystem numerisch gelöst werden, d.h. es sollen Werte für den Unbekanntenvektor $\underline{x}(t)$ zu einem oder mehreren Zeitpunkten t berechnet werden. Hierzu werden hier nicht veranschaulichte bekannte numerische Lösungsverfahren eingesetzt, die auf einem hier nicht gezeigten Computersystem als Computerprogramm ablaufen.

10

Erfindungsgemäß werden vor dem eigentlichen Lösen des Gleichungssystems Schritte zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen im Gleichungssystem ausgeführt.

15

Im Schritt 1 des erfindungsgemäßen Verfahrens wird die in Figur 4 angegebene Abhängigkeitsmatrix \underline{A} bestimmt, wobei alle von Null verschiedenen Elemente der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} in Figur 4 durch einen Stern ("*") gekennzeichnet sind.

20

Das beispielhaft herausgegriffene Element $\underline{A}(1,1)$ wird auf einen im wesentlichen beliebigen von 0 verschiedenen Wert "*" gesetzt, denn die erste Zeile von \underline{f} , also

25

$\underline{f}_1(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t))$, hängt vom ersten Element von \underline{x} , also von $\underline{x}_1(t)$ ab. Dasselbe gilt für die Elemente $\underline{A}(1,2)$, $\underline{A}(1,3)$, $\underline{A}(2,3)$ und $\underline{A}(3,3)$.

Das beispielhaft herausgegriffene Element $A(3,1)$ wird auf den Wert "0" gesetzt, denn das dritte Element von \underline{f} , also $f_3(t, \underline{x}(t), \underline{\dot{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t))$, ist vom ersten Element von \underline{x} , also von $\underline{x}_1(t)$ und von den Ableitungen des ersten Elements von \underline{x} , also von $\underline{x}_1^{(k)}(t)$, unabhängig. Dasselbe gilt für die Elemente $A(2,1)$, $A(3,2)$ und $A(2,2)$.

Im Schritt 2 des erfindungsgemäßen Verfahrens wird mit dem Ziel, Zeilenmaschen und Spaltenmaschen der in Figur 4 angegebenen Abhängigkeitsmatrix \underline{A} zu ermitteln, zunächst die in Figur 4 angegebene Transversale T der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} bestimmt.

Das in C. C. Pantelides, "The consistent initialization of differential-algebraic Systems", angegebene Verfahren zum Berechnen von Zeilenmaschen ("minimally structurally singular subsets of equations") findet die Zeilenmasche {2, 3} der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} . Die Menge Z der in Schritt 2 gefundenen Zeilenmaschen der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} ist in Figur 4 angegeben.

Das in C. C. Pantelides, "The consistent initialization of differential-algebraic Systems", angegebene Verfahren zum Berechnen von Zeilenmaschen angewendet auf die Transponierte der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} findet die Zeilenmasche {1, 2} der Transponierten der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} . Diese Zeilenmasche der Transponierten der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} wird erfindungsgemäß als Spaltenmasche der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} aufgefaßt. Die Menge S der in Schritt 2 gefundenen Spaltenmaschen der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} ist in Figur 4 angegeben. Im Schritt 3 wird die in Figur 5 angegebene Fehlerinformation ausgegeben.

Gemäß der Erfindung wird eine Vorhersage des Verhaltens des zugrundeliegenden Systems mit numerischen Mitteln gar nicht erst versucht, weil dabei Fehler auftreten werden, wenn eine Simulation überhaupt möglich ist. Vielmehr müssen die Modellierung des Systems und das System selbst noch einmal überprüft werden. Dadurch wird wertvolle Rechenzeit auf dem hier nicht gezeigten Computersystem eingespart. Die Fehlersuche wird durch die Kenntnis der in Schritt 3 ausgegebenen Fehlerinformationen erheblich vereinfacht.

10

Ein drittes Ausführungsbeispiel gemäß der Erfindung betrifft das in Fig. 6 gezeigte technische System, dessen Verhalten durch numerisches Lösen des Gleichungssystems

15

$$\underline{f}(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t), \underline{p}) = \underline{0},$$

der Form

$$\begin{aligned} f_1(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) &= 0, \\ f_2(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) &= 0, \\ f_3(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) &= 0, \end{aligned}$$

20

mit den Funktionen f_1 , f_2 und f_3 und mit dem Parametervektor \underline{p} gemäß Figur 3 beschrieben werden kann.

25

Zur Vorhersage des Verhaltens des Systems soll das Gleichungssystem numerisch gelöst werden, d.h. es sollen Werte für den Unbekanntenvektor $\underline{x}(t)$ zu einem oder mehreren Zeitpunkten t berechnet werden. Hierzu werden hier nicht veranschaulichte bekannte numerische Lösungsverfahren eingesetzt, die auf einem hier nicht gezeigten Computersystem als Computerprogramm ablaufen.

30

Erfindungsgemäß werden dabei vor dem eigentlichen Lösen des Gleichungssystems Fehlerinformationen über Inkonsistenzen im betreffenden Gleichungssystem wie folgt bereitgestellt.

5 Die Lösungen des betreffenden Gleichungssystems sind Ruhelagen bzw. "Arbeitspunkte" oder "DC-Lösungen" des in Figur 6 angegebenen elektrischen Netzwerks, welches aus den folgenden Netzwerkelementen ("Bauelementen") besteht:

- 10 - einem linearen Widerstand mit dem Widerstandswert R zwischen den Knoten 1 und 2 des Netzwerks,
- einer linearen Kapazität mit dem Kapazitätswert $C1$ zwischen den Knoten 1 und 0 des Netzwerks, und
- einer linearen Kapazität mit dem Kapazitätswert $C2$ zwischen den Knoten 2 und 0 des Netzwerks.

15

Daraus ergeben sich die Komponenten des in Figur 3 angegebenen Parametervektors p entsprechend den Werten $C1$, $1/R$, $C2$.

20 Die Komponenten $x1(t)$, $x2(t)$ und $x3(t)$ von $\underline{x}(t)$ entsprechen den folgenden Größen des in Figur 6 angegebenen Netzwerks:

- $x1(t)$ entspricht der Spannung zwischen den Knoten 1 und 0,
- $x2(t)$ entspricht der Spannung zwischen den Knoten 2 und 0, und
- 25 - $x3(t)$ entspricht der Spannung zwischen den Knoten 1 und 2.

Die erste Gleichung des Gleichungssystems, also die Gleichung

30

$$f1(x1(t), x2(t), x3(t), p1, p2, p3) = 0$$

19

ist die Kirchhoffsche Spannungsgleichung für die aus allen drei Netzwerkelementen des Netzwerkes aus Figur 6 bestehenden Masche.

- 5 Die zweite Gleichung des Gleichungssystems, also die Gleichung

$$f_2(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) = 0$$

10

ist die Kirchhoffsche Stromgleichung für den Knoten 1 des Netzwerkes aus Figur 6.

- 15 Die dritte Gleichung des Gleichungssystems, also die Gleichung

$$f_3(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) = 0$$

20

ist die Kirchhoffsche Stromgleichung für den Knoten 2 des Netzwerkes aus Figur 6.

- 25 Erfindungsgemäss wird die in Figur 7 angegebene Gleichungsbe-
deutungsliste G und die in Figur 7 angegebene Komponentenbe-
deutungsliste K angelegt.

- 30 Wie in den vorhergehenden Ausführungsbeispielen wird die in
Figur 4 angegebene Menge Z der ermittelten Zeilenmaschen und
die in Figur 4 angegebene Menge S der ermittelten Spaltenma-
schen bestimmt.

Im Schritt 3 des erfindungsgemäß weitergebildeten Verfahrens wird unter Verwendung der Gleichungsbedeutungsliste G und der Komponentenbedeutungsliste K aus Figur 7 die in Figur 8 angegebene Fehlerinformation ausgegeben.

5

Aus der in Figur 8 angegebenen Fehlerinformation läßt sich erkennen, daß die Kirchhoffschen Stromgleichungen zu den Knoten 1 und 2 des Netzwerks aus Figur 6 voneinander linear abhängig sind und daß die beiden Spannungen zwischen Knoten 1 und 0 und zwischen Knoten 2 und 0 des Netzwerks aus Figur 6 für Ruhelagen dieses Netzwerks nicht eindeutig bestimmt werden können.

10

Gemäß der Erfindung wird eine Vorhersage des Verhaltens des zugrundeliegenden Systems mit numerischen Mitteln nicht vorgenommen, weil dabei Fehler auftreten werden, wenn eine Simulation überhaupt möglich ist. Vielmehr müssen die Modellierung des Systems und das System selbst noch einmal überprüft werden. Dadurch wird wertvolle Rechenzeit auf dem hier nicht gezeigten Computersystem eingespart. Die Fehlersuche wird durch die Kenntnis der im Schritt 3 ausgegebenen Fehlerinformation erheblich vereinfacht.

20

Patentansprüche

1. Verfahren zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem mit einem auf einem Computer ablaufenden Computerprogramm oder mit einem Analogrechner zu lösenden Gleichungssystem der Form

$$f(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t), \underline{p}) = 0, \text{ also}$$

$$f_1(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t), \underline{p}) = 0,$$

$$f_2(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t), \underline{p}) = 0,$$

$$\vdots$$

$$f_n(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t), \underline{p}) = 0,$$

10

wobei $\underline{x}(t)$ und seine Ableitungen $\dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t)$ jeweils m Elemente aufweisen und wobei \underline{p} ein Parametervektor ist, der im Gleichungssystem vorkommen kann, wobei das Verfahren die folgenden Schritte aufweist:

15

Schritt 1:

Aufstellen einer Abhängigkeitsmatrix \underline{A} , mit m Spalten und mit n Zeilen, und zwar so, daß

das Element $\underline{A}(i, j) \neq 0$ gesetzt wird, wenn die i-te Zeile von \underline{f} , also $\underline{f}_i(t, \underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \dots, \underline{x}^{(k)}(t))$,

20

a) vom j-ten Element von \underline{x} , also von $\underline{x}_j(t)$, oder

b) von einer der Ableitungen des j-ten Element von \underline{x} , also von $\underline{x}_j^{(s)}(t)$, abhängt,

und daß sonst das Element $\underline{A}(i, j) = 0$ gesetzt wird.

Schritt 2:

25

Ermitteln einer Menge von Zeilenmaschen, die jeweils die Nummern derjenigen Zeilen der Abhängigkeitsmatrix \underline{A} aufweisen, die voneinander abhängig sind, und einer Menge

von Spaltenmaschen der Abhängigkeitsmatrix A, die jeweils die Nummern derjenigen Spalten der Abhängigkeitsmatrix A aufweisen, die voneinander abhängig sind, sofern solche Zeilenmaschen bzw. Spaltenmaschen vorhanden sind,

5 Schritt 3:

Ausgeben von Fehlerinformationen, und zwar für jede im Schritt 2 ermittelte Zeilenmasche und für jede im Schritt 2 ermittelte Spaltenmasche die darin enthaltenen Nummern.

10 2. Verfahren nach Anspruch 1,
dadurch gekennzeichnet, daß
vor dem Ausführen von Schritt 1 eine Gleichungs -
Bedeutungsliste der Länge n angelegt wird, in der jeder
15 Gleichung des Gleichungssystems eine Gleichungsnummer
und/oder eine Gleichungs-Textinformation zugeordnet wird,
und daß vor dem Ausführen von Schritt 1 eine Komponenten-
Bedeutungsliste der Länge m angelegt wird, in der jeder
Komponente des Lösungsvektors x eine Komponentennummer
und/oder eine Komponenten-Textinformation zugeordnet
20 wird,
wobei in Schritt 3 an Stelle des Ausgebens der in jeder
Zeilenmasche enthaltenen Nummern das Ausgeben der Gleichungsnummer und/oder der Gleichungs-Textinformation entsprechend der Gleichungs-Bedeutungsliste vorgesehen ist,
25 und wobei in Schritt 3 an Stelle des Ausgebens der in jeder Spaltenmasche enthaltenen Nummern das Ausgeben der Komponentennummer und/oder der Komponenten Textinformation entsprechend der Komponenten-Bedeutungsliste vorgesehen ist.

30

3. Computerprogrammprodukt sowie Computerprogramm zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem mit einem auf einem Computer ablaufenden Compu-

FIN 101 P/200014448

23

terprogramm oder mit einem Analogrechner zu lösenden Gleichungssystem, das so ausgebildet ist, daß ein Verfahren gemäß einem der vorhergehenden Ansprüche ausführbar ist.

5

4. Datenträger mit einem Computerprogrammprodukt bzw. Computerprogramm nach Anspruch 3.

10

5. Verfahren, bei dem ein Computerprogrammprodukt bzw. Computerprogramm nach Anspruch 3 aus einem elektronischen Datennetz wie beispielsweise aus dem Internet auf einen an das Datennetz angeschlossenen Computer heruntergeladen wird.

15

6. Computersystem, auf dem ein Verfahren zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem Gleichungssystem nach Anspruch 1 oder 2 ausführbar ist.

20

7. Verwendung eines Verfahrens nach Anspruch 1 oder 2 und/oder eines Computersystems nach Anspruch 6 zur Vorhersage des Verhaltens eines Systems ausgehend von vorge-

1

Zusammenfassung

Verfahren zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem System von Differentialgleichungen.

5

Die Erfindung betrifft ein Verfahren zum Bereitstellen von Fehlerinformationen über Inkonsistenzen in einem ein technisches System oder einen technischen Prozeß beschreibenden System von Differentialgleichungen.

10

[Fig. 6]

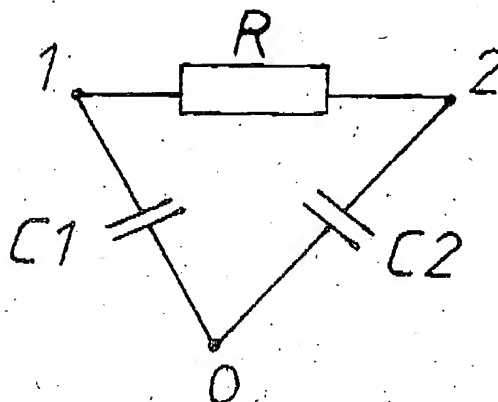


Fig. 6

$$\begin{aligned}f_1(x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dot{x}_3(t), p_1, p_2, p_3) &= x_1(t) - x_2(t) - x_3(t), \\f_2(x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dot{x}_3(t), p_1, p_2, p_3) &= p_1 \cdot \dot{x}_1(t) + p_2 \cdot x_3(t), \\f_3(x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dot{x}_3(t), p_1, p_2, p_3) &= p_3 \cdot \dot{x}_2(t) - p_2 \cdot x_3(t)\end{aligned}$$

$$\underline{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

Fig. 1

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & 0 & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}$$

$$T = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$$

Fig. 2

$$\begin{aligned}f_1(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) &= x_1(t) - x_2(t) - x_3(t), \\f_2(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) &= p_2 \cdot x_3(t), \\f_3(x_1(t), x_2(t), x_3(t), p_1, p_2, p_3) &= -p_2 \cdot x_3(t),\end{aligned}$$

$$\underline{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

Fig. 3

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}$$

$$T = \{(1, 1), (2, 3)\}$$

$$Z = \{(2, 3)\}$$

$$S = \{(1, 2)\}$$

Fig. 4

Eine Zeilenmasche mit den Elementen
2,3
wurde gefunden.
Eine Spaltenmasche mit den Elementen
1,2
wurde gefunden.

Fig. 5

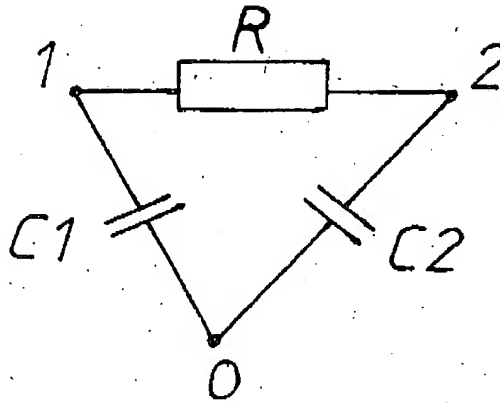


Fig. 6

G = ("1: Kirchhoffsche Spannungsgleichung für die aus C1,
R, C2 bestehende Masche",
"2: Kirchhoffsche Stromgleichung für den Knoten 1",
"3: Kirchhoffsche Stromgleichung für den Knoten 2")

K = ("1: Spannung zwischen Knoten 1 und 0",
"2: Spannung zwischen Knoten 2 und 0",
"3: Spannung zwischen Knoten 1 und 2")

Fig. 7

Eine Zeilenmasche mit den Elementen
"2: Kirchhoffsche Stromgleichung für den Knoten 1",
"3: Kirchhoffsche Stromgleichung für den Knoten 2"
wurde gefunden.
Eine Spaltenmasche mit den Elementen
"1: Spannung zwischen Knoten 1 und 0",
"2: Spannung zwischen Knoten 2 und 0"
wurde gefunden.

Fig. 8

GESAMT SEITEN 35